

02. Übung am 10. April 2018

UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig

Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 6 Eine consulting Firma sucht neue Mitarbeiter mit Universitätsabschluss. Die Einstellungskriterien inkludieren eine Punktezahl von mindestens 120 bei einem (in der Firma zu absolvierenden) IQ-Test, wobei der IQ als $\mathcal{N}(\theta, 5^2)$ -verteilt mit unbekanntem θ angenommen wird. Von 500 Bewerbern schaffen nur 50 den Test - schätzen Sie θ .

(R) Überprüfen Sie Güte des erhaltenen Schätzers mit Hilfe von Simulationen in R.

Übungsaufgabe 7 Beweisen Sie, dass

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0, \\ 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} e^{-2k^2 x^2} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

tatsächlich eine Verteilungsfunktion ist. Ist F stetig bzw. sogar absolut stetig?

Übungsaufgabe 8 X sei Poisson verteilt mit Parameter θ . Berechnen Sie den Maximum Likelihood Schätzer $\hat{\theta}_n$ für θ . Ist $\hat{\theta}_n$ erwartungstreu und/oder stark konsistent? Ist $\hat{\theta}_n$ asymptotisch normalverteilt?

(R): Bestätigen Sie Ihre Ergebnisse mittels Simulationen.

Übungsaufgabe 9 Sei $X \sim \mathcal{U}(0, \theta)$. Was wäre ein naheliegender Schätzer $\hat{\psi}_n$ von θ ? Berechnen Sie nachfolgend den Maximum Likelihood Schätzer $\hat{\theta}_n$ für θ - stimmt er mit dem von Ihnen gefundenen Schätzer $\hat{\psi}_n$ überein? Modifizieren Sie den MLE $\hat{\theta}_n$ so, dass der resultierende Schätzer erwartungstreu ist.

Übungsaufgabe 10 Die Verteilungsfunktion F der Zufallsvariable X sei streng monoton wachsend auf $[a, b]$ (mit $a < b$) und erfülle $F(a) = 0, F(b) = 1$. X_1, \dots, X_n sei eine Zufallsstichprobe von X . $X_{(1)}$ und $X_{(n)}$ bezeichnen den ersten und den letzten Wert der Ordnungstatistik gemäss Aufgabe 2. Beweisen Sie, dass $X_{(1)} \xrightarrow{P} a$ sowie $X_{(n)} \xrightarrow{P} b$ gilt. Welche Bedeutung hat dieses Resultat für den MLE aus Aufgabe 9?

(R): Wie kann das Resultat mit Hilfe von R veranschaulicht werden?