

## 4. Übung am 24. April 2017

**UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig**

Link Ankreuzliste: siehe [www.trutschnig.net/courses](http://www.trutschnig.net/courses)

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit \* versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

**Übungsaufgabe 16** Beweisen Sie Satz 2.14 unter der Annahme, dass  $\Phi$  sogar stetig differenzierbar auf ganz  $U$  und  $U$  offen ist.

**Übungsaufgabe 17** Sei wiederum  $X \sim \mathcal{U}(\theta, 2\theta)$  mit  $\theta > 0$ . Berechnen Sie den MLE  $\hat{\theta}_n$  von  $\theta$  und modifizieren Sie ihn so, dass der resultierende Schätzer  $\hat{\psi}_n$  erwartungstreu ist.

**Übungsaufgabe 18 (Fortsetzung von Aufgabe 17)** Berechnen Sie die Varianz  $\mathbb{V}_\theta(\hat{\psi}_n)$  von  $\hat{\psi}_n$  und vergleichen Sie diese mit der Varianz des (ebenfalls erwartungstreuen) Schätzers  $\hat{\varphi}_n$ , definiert durch

$$\hat{\varphi}_n = \frac{1}{3}(X_{(1)} + X_{(n)}).$$

**(R)** Verifizieren Sie die erhaltenen Resultate mit Hilfe von Simulationen in R.

Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung von  $\mathbb{V}_\theta(\hat{\varphi}_n)$  Aufgabe 12 (ii).

**Übungsaufgabe 19 (R)** Sei  $X \sim Ex(\lambda)$  mit  $\lambda > 0$ . Finden Sie unter Zuhilfenahme der Momentenmethode einen stark konsistenten Schätzer für den Median  $F^-(0.5)$  von  $X$ .

**(R)** Veranschaulichen Sie Ihre Resultate mit Hilfe von Simulationen in R und beantworten Sie (rein durch Simulationen), ob auch der Stichprobenmedian ein guter Schätzer des Medians ist.

Hinweis: Der Stichprobenmedian kann in R wie folgt berechnet werden:

`as.numeric(quantile(x,type=1,probs=c(0.5)))`