

4. Übung am 24. April 2023

UV Angewandte Statistik (405.170)

Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 20. Beantworten Sie Frage 3.13.

Übungsaufgabe 21. Leiten Sie mit Hilfe des CLT ein asymptotisches Konfidenzintervall für den Parameter θ der Poisson Verteilung her und überprüfen Sie dessen Güte mittels Simulationen in R.

Übungsaufgabe 22. Zeigen Sie mit Hilfe von Simulationen, dass das Intervall (4.3) das tut was es sollⁱⁱ, dass es aber für andere Verteilungen nicht einfach als Konfidenzintervall für den Parameter $\theta = \mathbb{E}(X)$ verwendet werden kann.

Übungsaufgabe 23. Denken Sie Beispiel 4.8 Zeile für Zeile durch und verifizieren Sie dann mittels Simulationen in R (für verschiedene Sample Sizes n), dass der Konfidenzbereich C_n exakt mit Überdeckungswahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ ist.

Übungsaufgabe 24. Beweisen Sie: für $X \sim Ex(\theta)$ gilt $e^{-\theta X} \sim \mathcal{U}(0, 1)$ und damit $2\theta \sum_{i=1}^n X_i \sim \chi_{2n}^2$ ⁱⁱⁱ. Verwenden Sie diesen Zusammenhang dann, um ein exaktes Konfidenzintervall C_n für den Parameter θ der Exponentialverteilung herzuleiten und verifizieren Sie dessen Güte mittels Simulationen in R.

Übungsaufgabe 25 (Flaschenrückgabe). Der Datensatz `in_and_out.RData` enthält die Anzahl der pro Tag verkauften und retournierten Pfandflaschen einer Supermarktkette^{iv}, wobei bekannt ist, dass die Zeit D zwischen dem Verkauf und der Rückgabe einer Flasche geometrisch verteilt ist. Schätzen Sie $\mathbb{E}(D)$.

ⁱⁱerzeugen Sie also mehrmals Stichproben von $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ (für von Ihnen vorab gewähltes μ und σ) und zeigen Sie, dass das Intervall für $\alpha = 0.05$ in etwa 95 Prozent der Fälle den echten Parameter μ enthält.

ⁱⁱⁱder zweite Teil muss nicht bewiesen werden, siehe Additionstheorem für die Gamma-Verteilung im Skriptum Mathematische Statistik

^{iv}am ersten Tag wurden als 5668 verkauft und schon 61 (davon) retourniert; vor dem ersten Tage wurden keine Pfandflaschen verkauft