

8. Übung am 12. Juni 2023

Übungsaufgabe 40. Gehen Sie das Kapitel ‘Elementary toy example hypothesis testing’ in den Slides ‘testing_toy_example.pdf’ auf der homepage (Link direkt neben Skriptum) genau durch und lösen Sie dann Exercise 41.

Übungsaufgabe 41. Gehen Sie das Kapitel ‘Binom.test’ in den Slides ‘testing_toy_example.pdf’ genau durch. Das in der R-Funktion *binom.test* verwendete Konfidenzintervall für den Anteil p ist das sog. Pearson-Clopper Konfidenzintervall. Finden Sie heraus (kleine Literaturrecherche), wie das Intervall konstruiert/berechnet wird und schließen Sie daraus, dass das Intervall Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens $1 - \alpha$ hat.

Übungsaufgabe 42. Lösen Sie Exercise 42 und Exercise 43 in den Slides.

Übungsaufgabe 43. Studieren Sie Definition 5.3. bis Satz 5.7 im Skriptum und entwickeln Sie dann unter den selben Annahmen wie in Satz 5.7 einen exakten Test zum Niveau α für $H_0 : \mu \geq \mu_0$ vs. $H_1 : \mu < \mu_0$.

Übungsaufgabe 44. Verwenden Sie Satz 4.20 um ausgehend von einer Stichprobe X_1, \dots, X_n von $X \sim F$ (mit F stetig) einen Test für $H_0 : F = F_0$ versus $H_1 : F \neq F_0$ herzuleiten. Wie kann die Power dieses Tests mittels Simulationen überprüft werden?

Übungsaufgabe 45. Erika Musterfrau schlägt den folgenden Test auf Normalverteilung^{vi} vor: Ausgehend von einer Stichprobe X_1, \dots, X_n von $X \sim F$ setzen wir $\mu_0 = \bar{X}_n$ und $\sigma_0 = \sqrt{S_n^2}$ und testen dann (mittels Aufgabe 44) $H_0 : F = F_{\mu_0, \sigma_0^2}$, wobei F_{μ_0, σ_0^2} die Verteilungsfunktion von $\mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0^2)$ bezeichnet. Überprüfen Sie mittels Simulationen, dass der resultierende Test für kleine Sample Sizes ($n = 10, 20, 30$) sehr geringe Power hat und überlegen Sie sich, warum dem so ist.

^{vi}die H_0 ist also ‘ X ist normalverteilt’