

05. Übung am 30. April 2018

[LVA 405.552 UV Abhängigkeitsmodellierung, Ankreuzliste siehe www.trutschnig.net/courses mit * versehene Aufgaben sind freiwillig]

Übungsaufgabe 24 Bestimmen Sie den Markov Kern und den Markov Operator für jede der in Beispiel 2.3 erwähnten Copulas (Aufwärmübung 1).

Übungsaufgabe 25 Beweisen Sie Lemma 2.4 (Aufwärmübung 2).

Übungsaufgabe 26 Sei $h : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ λ -treu. Zeigen Sie, dass es genau eine Copula $A \in \mathcal{C}$ mit $\mu_A(\Gamma(h)) = 1$ gibt, wobei $\Gamma(h)$, wie gewohnt, den Graphen der Funktion h bezeichnet (Aufwärmübung 3).

Übungsaufgabe 27 Sei $(h_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge λ -treuer Transformationen auf $[0, 1]$, die in $L^1([0, 1], \mathcal{B}([0, 1]), \lambda)$ gegen h konvergiert, $(A_{h_n})_{n \in \mathbb{N}}$ bezeichne die entsprechende Folge von Copulas. Zeigen Sie, dass h ebenfalls λ -treu ist und dass für alle $x, y \in [0, 1]$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_{h_n}(x, y) = A_h(x, y)$$

gilt. L^1 -Konvergenz der Transformationen impliziert also Konvergenz der Copulas.

Übungsaufgabe 28 Zeigen Sie, dass eine Folge $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von Copulas genau dann punktweise gegen eine Copula A konvergiert, wenn sie gleichmäßig gegen A konvergiert.

Übungsaufgabe 29 Wir betrachten die absolut stetige Copula aus Beispiel 2.10 und den Fall $\theta = 1$. Überlegen Sie sich, wie mit Hilfe der bedingten Verteilungsfunktionen $y \mapsto K_A(x, [0, y])$ Stichproben von $(X, Y) \sim A$ erzeugt werden können. Implementieren Sie Ihre Methode in R.