

06. Übung am 07. Mai 2018

[LVA 405.552 UV Abhängigkeitsmodellierung, Ankreuzliste siehe www.trutschnig.net/courses mit * versehene Aufgaben sind freiwillig]

Übungsaufgabe 30 Gelte $(X, Y) \sim H$, $X \sim F, Y \sim G$ mit F, G stetig. A bezeichne die eindeutig bestimmte Copula von (X, Y) , T und S seien strikt wachsende Transformationen auf \mathbb{R} . Zeigen Sie, dass A auch die Copula von $(T \circ X, S \circ Y)$ ist.

Übungsaufgabe 31 Beweisen Sie die in Lemma 2.15 behauptete Eigenschaft $X = F^{-1}(U)$ [\mathbb{P}].

Übungsaufgabe 32 Gelte $(X, Y) \sim H$ mit

$$H(x, y) = \frac{1}{1 + e^{-x} + e^{-y}}.$$

Berechnen Sie die (eindeutig bestimmte) Copula von (X, Y) .

Übungsaufgabe 33 Sei X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d. mit stetiger Verteilungsfunktion F . Berechnen Sie die Copula A_n von $X_{(1)}, X_{(n)}$ mit $X_{(1)} = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ und $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$.

Übungsaufgabe 34 Wir betrachten als Spezialfälle von Beispiel 2.11 die λ -treuen Transformationen h_n in Abbildung 3 (h_n besteht auch genau n^2 Segmenten gleicher Länge). A_{h_n} bezeichne die entsprechende Copula. Gegen welche Copula konvergiert die Folge $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ (punktweise)?

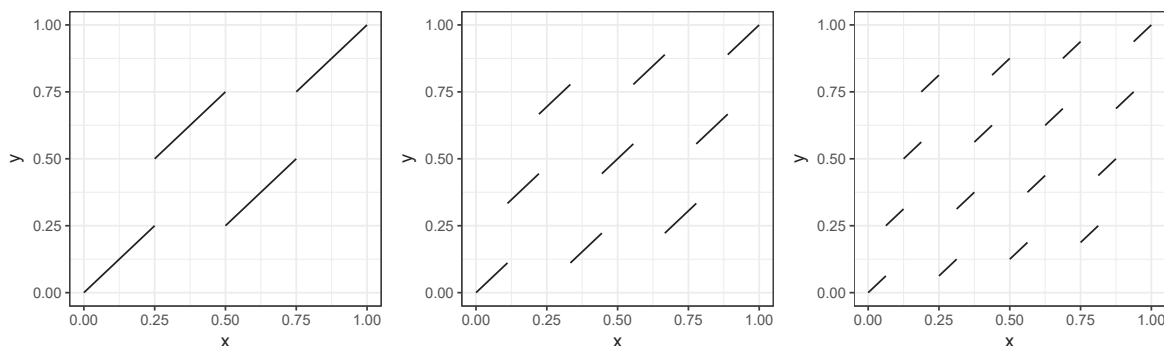


Abbildung 3.1: Die Fälle $n = 2, 3, 4$

Übungsaufgabe 35 (Fortsetzung von Aufgabe 33) Gegen welche Copula A konvergiert die Folge $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ aus Beispiel 33?