

7. Übung am 20. November 2017

[LVA 405.163 UE Statistik, Link zur Ankreuzliste siehe www.truttschnig.net/courses mit * versehene Aufgaben sind freiwillig]

Übungsaufgabe 31 Sei X eine beliebige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F . Drücken Sie die Verteilungsfunktionen F_{X^+} und F_{X^-} von X^+ und X^- durch F aus.

Übungsaufgabe 32 Beweisen Sie Satz 5.15 in 2 Schritten:

(S1) Für nicht-negative, Zufallsvariable X ;

(S2) Für integrierbare Zufallsvariable unter Verwendung der Zerlegung $X = X^+ - X^-$ und Übungsaufgabe 31.

Hinweis: Zum Beweis von $\mathbb{E}(X) = \int_{(0,\infty)} 1 - F(t) dt$ in (S1) können Sie zuerst $X \in \mathcal{S}(\Omega, \mathcal{A})$ betrachten und wie gewohnt vorgehen. Einfacher (und eleganter) geht es jedoch gleich allgemein durch geschickte Anwendung des Satzes von Fubini.

Übungsaufgabe 33 Die Funktion F sei definiert durch

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(x-2)^2 & \text{if } x \in [2, 3] \\ 1 & \text{if } x > 3. \end{cases}$$

Betrachten Sie $X \sim F$ und berechnen Sie die folgenden Größen:

- $\mathbb{P}(X = 2)$, $\mathbb{P}(X = 3)$, $\mathbb{P}(X \in [2, 2.5])$
- $\mathbb{E}(X)$ (unter Verwendung von Satz 5.15).

Übungsaufgabe 34 Sei $X \sim F$ mit F aus Übungsaufgabe 33. Berechnen Sie $\mathbb{E}(X^2)$ indem Sie zuerst die Verteilungsfunktion F_{X^2} von X^2 berechnen und dann wiederum Satz 5.15 anwenden.