

Übungsblatt 01 zu „Wissenschaftlichem Rechnen“ - R

Die nachfolgenden ersten 5 Aufgaben sind einfache Modifikationen der im Vorlesungsteil diskutierten zwei Problemstellungen und zielen darauf ab, dass Sie bestehende R-Codes adaptieren und dabei die ersten Schritte in R machen.

In Aufgabe 6 erstellen Sie (mit welcher Methode auch immer) Ihren ersten Plot in R, Aufgabe 7 ist eine gute Kurzeinführung in ggplot2 (package, mit dem wir uns ab der nächsten Einheit beschäftigen werden) in Form eines Videos.

Aufgabe 1 (@Problemstellung 1: 50:50 Wahlergebnis, cont.).

$2n$ Personen gehen zur Wahl des Bürgermeisters, jeweils genau n Personen wählen einen der beiden Kandidaten. Approximieren Sie durch eine Simulation die Wahrscheinlichkeit für folgendes Ereignis: Im Laufe der Auszählung ist der Stimmenabstand zwischen den beiden Kandidaten zu keinem Zeitpunkt grösser als 2. Experimentieren Sie mit verschiedenen Werten für n , beispielsweise 2, 5, 10 und 50.

Aufgabe 2 (@Problemstellung 2': Random walk in \mathbb{Z}).

Wir betrachten den eindimensionalen, in $X_0 = 0$ startenden Random Walk in \mathbb{Z}^1 , setzen $n = 1000$, starten den Walk $R = 10.000$ mal, und schreiben kurz X_n^j für die Position des j -ten runs im n -ten Schritt. Speichern Sie die R -Werte $\frac{1}{\sqrt{n}} \cdot X_n^1, \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot X_n^2, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot X_n^R$, plotten Sie ein probability Histogramm der erhaltenen Werteⁱⁱ und ergänzen Sie im Histogramm die Dichte der Standardnormalverteilung. Was ist zu beobachten?

Aufgabe 3 (@Problemstellung 2': Random walk in \mathbb{Z} , cont.).

Wir betrachten wieder den eindimensionalen, in $X_0 = 0$ startenden Random Walk in \mathbb{Z} . Die Rückkehrzeit Z sei definiert durch $Z := \min\{i \in \mathbb{N} : X_i = X_0\}$. Versuchen Sie, den Erwartungswert von Z approximativ zu berechnen, indem Sie für eine hinreichend grosse Stichprobe Z_1, Z_2, \dots, Z_n den Mittelwert \bar{Z}_n berechnen (und selbigen als Schätzer für die erwartete Wartezeit $\mathbb{E}(Z)$ verwenden).

Aufgabe 4 (@Problemstellung 2: Random walk in \mathbb{Z}^2 , cont.).

Wie in der LV starten wir in $X_0 = (0, 0)$ und springen mit Wahrscheinlichkeit von jeweils $p = \frac{1}{4}$ entweder um einen Schritt nach rechts, nach oben, nach links oder nach unten. X_1 bezeichne die Position nach dem ersten Sprung, X_i die Position nach dem i -ten Sprung. Berechnen Sie mit Hilfe von Simulationen approximativ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sie innerhalb der ersten n Schritte mindestens ein Mal nach $(0, 0)$ zurückkehren. Mit anderen Worten, gesucht ist:

$$\mathbb{P}(X_i = X_0 \text{ für mindestens ein } i \in \{1, 2, \dots, n\})$$

Betrachten Sie insbesondere die Fälle $n = 2, 4, 10, 50, 100, 1000$.

ⁱwir springen mit Wahrscheinlichkeit von $1/2$ um einen Schritt nach rechts, und mit Wahrscheinlichkeit von $1/2$ um einen Schritt nach links

ⁱⁱalso ein Histogramm, dessen Fläche genau 1 ist; entweder mit dem Befehl 'hist' oder in ggplot2

Aufgabe 5 (@Problemstellung 2: Random walk in \mathbb{Z} , cont.).

Wir betrachten zwei (unabhängige) in $X_0 = -2$ bzw. $X'_0 = 2$ startende Random Walks $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}, (X'_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in \mathbb{Z} . Berechnen Sie mit Hilfe von Simulationen approximativ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die beiden Random Walks innerhalb der ersten n Schritte (mindestens ein Mal) treffen für die Fälle $n = 4, 10, 50, 100, 1000$.

Aufgabe 6 (Import und einfache Darstellung von Daten).

Finden Sie heraus, wie in R csv- und Excel files importiert werden können. Laden Sie weiters via Link auf ZAMG Hub Wetterdaten für mindestens 2 Messstationen im Bundesland Salzburg und 3-5 Kennzahlen (Tageslufttemperatur minimal/maximal, Niederschlagsmenge, Schneehöhe, etc.) und einen möglichst langen Zeitraum herunter, importieren Sie selbige in R und stellen Sie die Daten grafisch dar (Linienplot, Boxplots, etc.). Sind Anzeichen von Klimaerwärmung erkennbar?

Aufgabe 7 (ggplot2 in a nutshell).

Schauen Sie sich als Vorbereitung auf die nächste Einheit das hier verlinkte Video an, das Grundlagen von ggplot2ⁱⁱⁱ erklärt.

Frohe Weihnachten, erholsame Feiertage und ein gesundes Jahr 2024!

ⁱⁱⁱdas meistverwendete Grafik-Package in R